

Modelado analítico de un motor DC 2019-2020

Entregable 1 SOLUCIÓN

17 de febrero de 2020

Fecha límite: 12 de febrero de 2020 - 8:59

Contribución: 10 %

Modalidad: Individual

Enunciado:

1. Modelar analíticamente el Motor-DC del TeleLabo.

- a) Obtener la función de transferencia del motor utilizando las hojas de características del fabricante que se proporcionan en la web de la asignatura (A-max 32 - 36 V) (75 %).
La [Tabla 1](#) recoge las características del motor A-max 32 - 36 V.

Parámetro	Valor	Unidades
U_N	36	V
R_m	11.3	Ω
L_m	1502	μH
J_m	44.4	$g\ cm^2$
t_m	14.8	ms
$1/k_b$	164	rpm/V
k_m	58.2	mNm/A
I_0	25.2	mA
n_0	5850	rpm

Cuadro 1: Características del fabricante.

Con esta información puede calcularse la constante eléctrica del motor t_e utilizando la relación

$$t_e = \frac{L_m}{R_m} \quad (0.1)$$

obteniendo $t_e = 134.51\mu s$. Como vemos $t_e \ll t_m$.

Será necesario expresar todos estos parámetros en las mismas unidades. Utilizaremos el SI de unidades como se muestra en la [Tabla 2](#).

Parámetro	Valor	Unidades
R_m	11.3	Ω
L_m	1.52×10^{-3}	H
J_m	4.44×10^{-6}	$kg m^2$
t_m	1.48×10^{-2}	s
t_e	1.3451×10^{-4}	s
k_b	5.822×10^{-2}	$V s/rad$
k_m	5.82×10^{-2}	Nm/A
I_0	0.0252	A
n_0	612.61	rad/s

Cuadro 2: Características del fabricante en el Sistema Internacional de unidades.

Podemos observar que las constantes del par y de la fuerza contraelectromotriz mantienen una ligera desviación, debida a redondeos en las hojas de características: $k_m \approx k_b$.

Puede ahora estimarse el coeficiente de fricción viscosa, B_m , con cualquiera de los métodos descritos en los apuntes de la asignatura.

- Utilizando la ecuación de la constante de tiempo mecánica, t_m , dada por:

$$B_m = \frac{J_m}{t_m} - \frac{k_b k_m}{R_m} = 1.41 \times 10^{-7} Nms \quad (0.2)$$

- Utilizando la ecuación de la corriente del motor sin carga, I_0 , dada por:

$$B_m = \frac{k_m I_0}{\dot{\theta}_{mN}} = 2.39 \times 10^{-6} Nms \quad (0.3)$$

Observamos que existe un problema de redondeo en las hojas de características.

En estas circunstancias vamos a realizar una simplificación, asignando un valor a la constante de par y de la fuerza contraelectromotriz de $k_m = 5.80 \times 10^{-2} Nm/A = k_b = 5.80 \times 10^{-2} V s/rad$.

Entonces, B_m tiene un valor prácticamente igual aplicando los dos métodos mostrados anteriormente; en ese caso, $B_m = 2.36 \times 10^{-6} Nms$. Por lo tanto, se puede obtener los valores del polo con la siguiente expresión:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{t_e} + \frac{1}{t'_m} \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{t_e} - \frac{1}{t'_m} \right)^2 - 4 \frac{k_m k_b}{J_m L_m}} \quad (0.4)$$

donde $t'_m = \frac{J_m}{B_m}$, que los polos del motor, utilizando el valor de $B_m = 2.36 \times 10^{-6}$, son

$$\begin{aligned} p_1 &= -7366.54 \\ p_2 &= -68.20 \end{aligned}$$

El polo dominante es p_2 que además cumple que $|p_2| \ll |p_1|$.

Calculando K'_m con la expresión dada por

$$K'_m = \frac{k_m}{J_m L_m} \quad (0.5)$$

el modelo del motor con los dos polos tiene la forma

$$G_{\dot{\theta}_m}(s) = \frac{8594120.44}{(s + 7366.54)(s + 68.20)} \quad (0.6)$$

- b) Simplificar la función de transferencia por cualesquiera de los métodos que se muestran en los apuntes (25 %).

Utilizando el método de simplificación de eliminación de la constante eléctrica del motor, se obtiene $p_m = -67.57$ habiendo utilizado la expresión:

$$s = -p_m = -\frac{R_m B_m + k_b k_m}{R_m J_m} = -\frac{1}{t_m} \quad (0.7)$$

El modelo simplificado debe cumplir la condición de que la ganancia a bajas frecuencias es la misma:

$$G_{\dot{\theta}_m}(s) = \frac{K_m}{s + p_m} \quad (0.8)$$

En consecuencia:

$$G_{\dot{\theta}_m}(s) = \frac{1155.78}{s + 67.57} \quad (0.9)$$

Utilizando el modelo simplificado del motor por el método de eliminación del polo no dominante.

$$G_{\dot{\theta}_m}(s) = \frac{1166.64}{s + 68.20} \quad (0.10)$$