Modelado analítico de un motor DC
2017-2018

Entregable 1
SOLUCIÓN

21 de febrero de 2018

Fecha límite: 21 de febrero de 2018 - 8:59
Contribución: 10 %
Modalidad: Individual

Enunciado:

1. **Modelar analíticamente el Motor-DC del TeleLabo**.

   a) Obtener la función de transferencia del motor utilizando las hojas de características del fabricante que se proporcionan en la web de la asignatura (A-max 32 - 12 V) (75 %).
   La Tabla 1 recoge las características del motor A-max 32 - 12 V.

Parámetro	Valor	Unidades
U_N	12	V
R_m	2.23	Ω
L_m	264	μH
J_m	41.4	$g\,cm^2$
t_m	15.7	ms
$1/k_b$	394	rpm/V
k_m	24.3	mNm/A
I_0	58	mA
n_0	4660	rpm

Cuadro 1: Características del fabricante.

Con esta información puede calcularse la constante eléctrica del motor t_e utilizando la relación

$$t_e = \frac{L_m}{R_m} \tag{0.1}$$

obteniendo $t_e = 118.39\mu s$. Como vemos $t_e \ll t_m$.
Será necesario expresar todos estos parámetros en las mismas unidades. Utilizaremos el SI de unidades como se muestra en la Tabla 2.

Parámetro	Valor	Unidades
R_m	2.23	Ω
L_m	2.64×10^{-4}	H
J_m	4.14×10^{-6}	$kg\, m^2$
t_m	1.57×10^{-2}	s
t_e	1.1839×10^{-4}	s
k_b	2.424×10^{-2}	$V\, s/rad$
k_m	2.43×10^{-2}	Nm/A
I_0	0.058	A
n_0	487.994	rad/s

Cuadro 2: Características del fabricante en el Sistema Internacional de unidades.

Podemos observar que las constantes del par y de la fuerza contraelectromotriz mantienen una ligera desviación, debida a redondeos en las hojas de características: $k_m \approx k_b$.

Puede ahora estimarse el coeficiente de fricción viscosa, B_m, con cualquiera de los métodos descritos en los apuntes de la asignatura.

- Utilizando la ecuación de la constante de tiempo mecánica, t_m, dada por:

$$B_m = \frac{J_m}{t_m} - \frac{k_b k_m}{R_m} = -4.107 \times 10^{-7}\, Nms \tag{0.2}$$

  Claramente B_m no puede ser inferior a 0, por lo que este valor no tiene sentido físico.

- Utilizando la ecuación de la corriente del motor sin carga, I_0, dada por:

$$B_m = \frac{k_m I_0}{\dot{\theta}_{mN}} = 2.88 \times 10^{-6}\, Nms \tag{0.3}$$

Observamos que existe un problema de redondeo en las hojas de características. El cálculo del coeficiente de fricción viscosa sería correcto para los valores de la Tabla 3.

Parámetro	Valor	Unidades
R_m	2.23	Ω
L_m	2.64×10^{-4}	H
J_m	4.1×10^{-6}	$kg\, m^2$
t_m	1.57×10^{-2}	s
t_e	1.1839×10^{-4}	s
k_b	2.4×10^{-2}	$V\, s/rad$
k_m	2.4×10^{-2}	Nm/A
I_0	0.058	A
n_0	488	rad/s

Cuadro 3: Características del fabricante en el Sistema Internacional de unidades.

En estas circunstancias el coeficiente de fricción viscosa, $B_m = 2.85 \times 10^{-6}$ Nms con cualquiera de los métodos.

Sin embargo, dado lo artificioso del redondeo, para el resto de los cálculos mantendremos el valor de $B_m = 2.88 \times 10^{-6}$ Nms previamente calculado.

En esas circunstancias, se puede obtener con la expresión

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{t_e} + \frac{1}{t'_m}\right) \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{t_e} - \frac{1}{t'_m}\right)^2 - 4\frac{k_m k_b}{J_m L_m}} \tag{0.4}$$

donde $t'_m = \dfrac{J_m}{B_m}$, que los polos del motor, utilizando el valor de $B_m = 2.88 \times 10^{-6}$, son

$$p_1 = -8382,70$$
$$p_2 = -64,986$$

El polo dominante es p_2 que además cumple que $|p_2| \ll |p_1|$.
Calculando K_m con la expresión dada por

$$K'_m = \frac{k_m}{J_m L_m} \tag{0.5}$$

el modelo del motor con los dos polos tiene la forma

$$\boxed{G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{22233201,58}{(s + 8382,70)(s + 64,986)}} \tag{0.6}$$

b) Simplificar la función de transferencia por cualesquiera de los métodos que se muestran en los apuntes (25 %).
Utilizando el método de simplificación de eliminación de la constante eléctrica del motor, se obtiene $p_m = -63.69$ habiendo utilizado la expresión:

$$s = -p_m = -\frac{R_m B_m + k_b k_m}{R_m J_m} = -\frac{1}{t_m} \tag{0.7}$$

El modelo simplificado debe cumplir la condición de que la ganancia a bajas frecuencias es la misma:

$$\boxed{G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{K_m}{s + p_m}} \tag{0.8}$$

En consecuencia:

$$\boxed{G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{2599,57}{s + 63,694}} \tag{0.9}$$

Utilizando el modelo simplificado del motor por el método de eliminación del polo no dominante.

$$\boxed{G_{\dot{\Theta}_m}(s) = \frac{2652,28}{s + 64,986}} \tag{0.10}$$